



Виктор Псиола,  
к.ф.-м.н., генеральный директор и ведущий  
разработчик компании ЗАО «Пакер 3д»



Александр Строгалов,  
к.ф.-м.н., доцент кафедры математической теории  
интеллектуальных систем механико-математического  
факультета МГУ им. М.В. Ломоносова

# ОБ ОДНОЙ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧЕ В ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКЕ

## Часть II

**АННОТАЦИЯ.** В настоящей работе излагаются некоторые принципы построения алгоритмов упаковки с эвристическими функционалами качества, разработанных и внедренных на различных предприятиях компанией «Пакер 3д».

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.** Алгоритм, упаковка, оптимизация, эвристический функционал, логистика.

**ANNOTATION.** In this paper we present some principles of packing algorithms with heuristic quality functionals, developed and implemented in various enterprises by "Packer 3d".

**KEY WORDS.** Algorithm, packing, optimization, heuristic functionality logistician.

### Общая идея алгоритма

Алгоритм, о котором шла речь в первой части настоящей статьи [4], построен на основе совокупного использования различных разновидностей «жадного» алгоритма [1, 2], в котором функционал качества при выборе вариантов определяется специальным образом на основе набора эвристик. Они реализуют некоторые принципы принятия решения человеком при выборе стратегии укладки вместо полного перебора вариантов. Для их выявления и формализации была проделана большая работа на основе бесед со специалистами, ежедневно решающими задачи укладки предметов на практике. В обобщенном виде эти результаты были учтены в общей логике построения алгоритма и следующих функционалах качества:

- выбор множества предметов одной высоты при сведении 3-мерной задачи к 2-мерной;
- выбор 2-мерного предмета для укладки в область;

- выбор места для установки 2-мерного предмета.

Класс «жадных» алгоритмов достаточно хорошо изучен и даже определен тип структуры данных (матроиды), на которых такие алгоритмы находят наилучшее решение [2]. Описанные задачи не относятся к такому типу, однако «жадный» алгоритм удобно принять за основу при построении эффективного алгоритма их приближенного решения.

Суть представленного алгоритма в следующем:

1. Данные для укладки (список предметов) передаются алгоритму комбинирования предметов в прямоугольные блоки.
2. Наборы предметов комбинируются во всевозможные прямоугольные блоки. Блоком называется набор предметов, поставленных рядом так, что они образуют параллелепипед без щелей и пустот. Каждый предмет отдельно является частным случаем блока и входит в список сформированных блоков.

3. Сформированный набор блоков передается в алгоритм 3-мерной укладки, при этом:

- а) выбирается очередная плоскость для укладки предметов (это позволяет на каждом шаге свести задачу к решению 2-мерной укладки);
- б) выбирается набор блоков одинаковой высоты, допустимых для укладки на выбранную плоскость;
- с) применяется алгоритм нахождения 2-мерной укладки этого набора на выбранную плоскость

Шаг 3 выполняется до тех пор, пока не уложены все предметы заказа или на очередной итерации не удалось найти место ни для одного предмета. После этого расчет укладки предметов в контейнер считается завершенным.

### Алгоритм комбинирования предметов

Алгоритм комбинирования предметов определяет способ формирования различных блоков (параллелепипедов) из предметов. Как и весь

алгоритм укладки предметов, он сформулирован как попытка моделирования рассуждений человека при погрузке предметов. Уменьшение общего количества грузов путем их объединения в прямоугольные блоки одномерных предметов является естественным ходом мысли человека. Действительно, укладка такого предмета является максимально эффективным заполнением объема.

Алгоритм комбинирования представляет собой последовательный вызов следующих шагов:

- формирования блоков из произвольного количества однотипных предметов;
- формирование блоков из двух разнотипных предметов, грани которых совпадают по размеру, если они есть.

Эти два шага применяют последовательно к результату предыдущей итерации комбинирования и на каждом шаге из результата удаляют блоки, идентичные по своим линейным размерам и составу полученным ранее. После того как последовательное применение этих шагов не образует новых блоков, приемлемых для укладки в контейнер, алгоритм формирования всевозможных блоков завершает работу.

### Сведение 3-мерной укладки к 2-мерной

Естественным, с точки зрения действий грузчика (человека), упрощением алгоритма является исклю-

чение его 3-мерной составляющей. Двумерное пространство проще для его понимания, и поэтому удобнее в ситуациях сложного выбора между вариантами установки предмета. По этой причине алгоритм решения 3-мерной задачи представляет собой последовательное решение задачи 2-мерной укладки предметов. Его суть заключается в следующем.

1. Из предметов и прямоугольных блоков, сформированных на предыдущем этапе, формируют наборы предметов одинаковой высоты. При этом учитывают все возможные положения предмета в пространстве: каждый предмет, имеющий разные линейные размеры, войдет в 3 набора, соответствующих каждому его линейному размеру.

2. Сформированные наборы сортируют в порядке убывания их функционала качества. После этого считается, что первый набор является оптимальным для укладки в контейнер на данной итерации алгоритма.

3. Запускается цикл, в котором на каждой итерации в контейнер упаковывается подмножество одного из сформированных наборов предметов с максимальным значением функционала:

- a) в первую очередь вычисляют область укладки, в которую на данном шаге цикла должны быть помещены предметы;
- b) выбранную область определяют некоторым плоским основанием с ломаной границей и высотой, допустимой для укладки предметов;

- c) из отсортированного множества наборов предметов выбирают первый набор, чья высота меньше или равна высоте области укладки;
- d) для выбранных области и набора предметов запускают алгоритм решения 2-мерной задачи укладки;
- e) после того как часть предметов размещена в контейнере, их исключают из сформированных ранее наборов укладки, а затем запускают сортировку оставшихся наборов предметов в соответствии с убыванием значения функционала качества.

4. Цикл завершается, когда в очередную область укладки не получилось поставить ни одного предмета. Процедуру расчета при этом считают завершенной.

### Выбор области укладки для 2-мерного алгоритма

На каждой итерации алгоритма 3-мерной укладки в уже частично заполненном контейнере выбирают некоторую область, в которую укладывают предметы одинаковой высоты с помощью алгоритма 2-мерной укладки. Эта область имеет плоское основание со связной границей, отрезки которой параллельны ребрам контейнера (прямоугольная ломаная). Подобные плоскости образуются в процессе работы алгоритма 3-мерной укладки предметов, когда предметы и блоки одинаковой высоты устанавливают рядом и на одном



“ В процессе работы алгоритма несколько раз возникает необходимость сложного выбора одного варианта из множества других. Очевидно, что наилучший выбор может быть найден полным перебором всех совокупностей вариантов.

уровне. Поверхность таких предметов образует некоторую область для укладки других предметов. Таким образом, подобную область укладки определяют двумя параллельными прямыми (границы контейнера) и двумя прямоугольными ломаными (край установленных предметов и граница начальной области, куда они были установлены). Объединение этих линий определяет одну прямоугольную ломанную, задающую область укладки 2-мерных предметов.

Выбор плоскости укладки в этой ситуации – непростая задача и для человека. При общении с грузчиками выяснилось, что нет какого-то общего, понятного всем принципа для выбора. Люди используют наиболее простые правила типа «повыше и подальше», или «куда поместится», или «лучше сделать поменьше углов», которые затрудняются описать формально. По этой причине выбор в алгоритме осуществляют на основании эвристической функции, где подобные правила «суммируют» с некоторыми коэффициентами. Исходя из этих соображений алгоритм выбора такой плоскости формулируют следующим образом:

1. Изначально такой областью является все пространство контейнера.
2. После установки в эту область нескольких предметов одинаковой высоты для использования становятся доступны две области с плоским основанием: оставшаяся от основания и сформированная установленными предметами.
3. Для границы каждой области укладки, полученной на предыдущем шаге, вычисляют функционал качества, и следующей для укладки выбирают область с его максимальным значением.
4. Если в выбранную область не удалось установить никакие предметы, выбирают следующую по убыва-

нию значения этого же функционала область.

5. После выбора области укладки ее границы определяют контейнер укладки 2-мерных предметов в виде прямоугольной ломанной.

6. Если в процессе установки предметов на разных уровнях получены два 2-мерных объема с соприкасающейся границей и одинаковой z-координатой, такие объемы объединяют в один, и для него запускают алгоритм 2-мерной укладки.

Необходимо отметить, что в процессе экспериментальных расчетов и развития самого алгоритма укладки использовались различные варианты для выбора очередной области заполнения. В частности в первой версии алгоритма всегда заполнялась сначала самая верхняя область, были попытки заполнять самую большую или самую маленькую. Однако подход с эвристической оценкой различных характеристик области дал лучшие результаты. Данный факт свидетельствует о том, что при моделировании рассуждений человека надо использовать совокупные мнения нескольких людей, а не «программировать мысли» одного конкретного эксперта.

### Алгоритм 2-мерной укладки

Алгоритм укладки 2-мерных предметов используют в алгоритме укладки 3-мерных предметов на шаге. При этом 2-мерный алгоритм должен вычислить укладку 2-мерных предметов в область, заданную замкнутой прямоугольной ломанной линией. Алгоритм 2-мерной укладки последовательно устанавливает предметы в эту область так, что каждый новый предмет устанавливается туда, где одна из его вершин совпадает с одной из точек соединения. Человек в процессе укладки предметов всегда

прижимает очередной предмет к какому-то углу. Никакие теоретические рассуждения не убедят грузчика-практика оставлять предметы где-то в середине области. Интуиция требует всегда прижимать очередной предмет к ранее установленным. С учетом этого, именно из соображений моделирования поведения человека, в качестве возможных позиций для нового предмета рассматриваются все вершины границы области. Однако некоторые теоретические рассуждения показывают, что перебор некоторых неугловых точек позволяет найти наилучшее решение в классе допустимых. В этой связи к вершинам границы области в качестве возможных вариантов позиции нового предмета добавляют некоторые точки в середине области укладки.

### Модель принятия решения на основе функционалов качества

В процессе работы алгоритма несколько раз возникает необходимость сложного выбора одного варианта из множества других. Очевидно, что наилучший выбор может быть найден полным перебором всех совокупностей вариантов. Однако такой полный перебор может привести к неприемлемо большому времени расчета и не делается человеком на практике. При укладке большого количества предметов человек в любом сложном выборе принимает какое-то одно решение и не перебирает остальные варианты. Это решение иногда принимается наобум, иногда на основе каких-то достаточно примитивных соображений. Однако чаще всего на основе интуиции, которую можно считать совокупным применением нескольких правил укладки, сформированных на основе личного опыта. Для моделирования такого принципа принятия решения человеком можно использовать понятие функционала качества. Эта модель учитывает эвристические представления эксперта о решении задачи на основе оценки различных характеристик объектов, взвешенная сумма которых определяет сам функционал. Вклад каждой характеристики в общее значение функционала также определяется экспертом путем изменения коэффициентов. Для ряда предметных областей и задач выбор экспертов затруднен, а следовательно-



но, вызывает трудности адекватная оценка характеристик функционала. В этом случае можно использовать различные методы подбора коэффициентов, основанные, например, на использовании генетических алгоритмов и нейронных сетей. Линейная (относительно характеристик) природа функционалов выбрана из-за удобства оптимизации их коэффициентов различными методами. Значения коэффициентов выбирают из естественных предположений на основе мнения экспертов и анализа реальных вариантов укладки выполненных алгоритмом для задач, встречающихся на практике. Чтобы коэффициенты функционала были сравнимы, все характеристики должны иметь одну размерность. По этой причине их формируют так, чтобы их размерностью была длина некоторого линейного размера. Мы не приводим конкретного вида этих функционалов, поскольку они имеют довольно громоздкую математическую запись. Подробнее с ними можно ознакомиться в работе [3].

### Заключение

Приведенное описание алгоритма определяет метод нахождения схемы укладки груза без дополнительных ограничений, которые возникают на практике. Однако итерационная природа алгоритма позволяет расширять его дополнительными проверочными шагами, которые обеспечивают соблюдение этих требований. Некоторые требования, такие как грузоподъемность, «не кантовать», хрупкость, могут быть выполнены путем соответствующих ограничений на выбор очередного предмета и места его расстановки, другие, такие как особенности объема для погрузки, давления на оси, – ограничением на допустимую конфигурацию места 2-мерной укладки. Таким образом, приведенная схема алгоритма допускает его расширение дополнительными требованиями и функциональными особенностями. Это позволило реализовать программную систему решения задачи оптимальной загрузки ТС, которая может быть эффективно использована на практике, и опыт ее внедрения вполне это подтверждает. Программа «racker3d» реализована в виде различных модификаций и распространяется как online-сер-



вис, коробочный продукт или ядро для внедрения клиент-серверной системы в информационную среду заказчика. Все перечисленные варианты реализации востребованы со стороны различных компаний – это подтверждают десятки внедрений, сотни продаж коробочных продуктов и сотни тысяч расчетов, осуществленных через онлайн-сервис. В качестве примера успешного внедрения можно привести использование алгоритма в ООО «Пивоваренная компания “Балтика”», в которой оптимизация заполнения вагонов при дальней транспортировке продукции позволила увеличить эффективность загрузки на несколько процентов. При этом помимо прямой экономии за счет увеличения количества товара, перевозимого тем же транспортом, важное значение имеет возможность предварительного планирования и формирования погрузочных листов. Еще до начала погрузки оператор системы видит, поместится ли запланированный груз в ТС, он может подобрать другой транспорт, сократить или расширить номенклатуру перевозимого товара. В некоторых случаях возможность предварительного планирования важнее непосредственного увеличения перевозимого груза запланированным набором ТС. Реализация программы поддерживает необходимый набор функций для подбора транспортного средства под груз, формирует рекомендации для расширения номенклатуры товара под ТС, выдает подробный анализ схемы укладки, формирует отчеты и пошаговые инструкции по укладке для грузчиков, а также позволяет

решать ряд других задач оптимизации транспортировки товара. Все это позволило эффективно использовать программу компаниям, занимающимся перевозками товаров различного типа: продуктов питания, оргтехники, мебели, запасных частей для автомобилей, кондиционеров и другого вентиляционного оборудования, стройматериалов, лакокрасочной продукции и других.

Компания ОАО «Пакер 3д» более 10 лет занимается разработкой и внедрением информационных систем в области логистики. Ее основное направление – решение задач оптимальной упаковки грузов при перевозке, однако есть опыт решения задач и в других областях логистики. Более детальная информация доступна на сайте компании: [www.packer3d.ru](http://www.packer3d.ru).

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982.
2. Липски В. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988.
3. Псиола В.В. О приближенном решении 3-мерной задачи об упаковке на основе эвристик // Интеллектуальные системы. – 2007. – Т. 11. – Вып. 1–4. – С. 83–101.
4. Псиола В.В., Строгалов А.С. Об одной оптимизационной задаче в транспортной логистике (Часть 1) // Логистика. – 2016. – № 4. – С. 22–24.